History of Mathematics, Oberwolfach, 1984

By Walter Purkert

Karl-Sudhoff-Institut, Karl-Marx-Universität, Talstraße 33, DDR-701 Leipzig, German Democratic Republic

Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach

Tagungsbericht 26/1984

Geschichte der Mathematik, 13. 5. bis 19. 5. 1984

Die 26. Tagung zur Geschichte der Mathematik fand unter Leitung der Herren Ch. J. Scriba (Hamburg) und L. Nový (Prag) statt. In seiner kurzen Eröffnungsansprache erinnerte Herr Scriba an die Anfänge dieser Tagungsreihe vor nunmehr 30 Jahren und würdigte die Verdienste ihrer Begründer. Heute gilt die Tagung zur Geschichte der Mathematik in Oberwolfach allgemein als bedeutendstes Treffen von Mathematikhistorikern aus aller Welt. An der diesjährigen Zusammenkunft beteiligten sich 42 Kollegen aus 13 Ländern. Es wurden 26 Vorträge gehalten.

Schwerpunkt der diesjährigen Tagung waren Probleme der Grundlegung der Mathematik oder einzelner ihrer Zweige. Es wurde für verschiedene historische Zeiträume der Frage nachgegangen, wodurch Grundlagenprobleme in der Mathematik oder in einzelnen ihrer Teildisziplinen entstanden, wie deren Lösung versucht wurde und in welcher Weise diese Lösungsversuche die weitere Entwicklung beeinflußt haben. Aus der Fülle der Vorträge kristallisierten sich vier unmittelbar zum Schwerpunkt der Tagung gehörige Komplexe heraus: Begründungsprobleme der Wahrscheinlichkeitstheorie, Begründungsprobleme in der Analysis, Grundlagenfragen in der antiken Mathematik und Grundlagendebatten des 20. Jahrhunderts. Daneben gab es eine Reihe von Vorträgen zu verschiedenen Einzelfragen.

Die Vorträge wurden ohne Ausnahme rege diskutiert. In seinen Schlußbemerkungen hob Herr Nový hervor, daß die Tagung mit ihren Vorträgen und Diskussionen und durch die zahlreichen persönlichen Begegnungen und Unterredungen einen echten Beitrag zur mathematikhistorischen Forschung geleistet hat.

Zusätzlich zum Tagungsprogramm gab es eine Diskussionsveranstaltung über Fragen der Ausbildung auf dem Gebiet der Mathematikgeschichte. Grundlage war ein Bericht von Frau Binder (Wien) über Diplomarbeiten von Lehramtskandidaten auf mathematikhistorischem Gebiet. In den Jahren 1977–1983 sind an der TU Wien 68 solche Arbeiten mit z.T. sehr guten Ergebnissen angefertigt worden. Desweiteren berichteten Herr Kirsanov und Herr Sesiano über Lehrveranstaltungen zur Geschichte der Mathematik an den Universitäten Moskau bzw. Lausanne. In der Diskussion, die sich neben Problemen der Lehre auch der allgemeineren Frage "Für wen schreibt man über Geschichte der Mathematik?" zuwandte, betonte Herr Scriba, daß das Interesse an Wissenschaftsgeschichte in der breiten Öffentlichkeit wächst und kein Grund vorhanden ist, die Zukunft unseres Fachgebietes allzu skeptisch zu beurteilen.

Der Direktor des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach, Herr Prof. Barner (Freiburg), hatte die Teilnehmer zu einer Abendveranstaltung eingeladen, auf der er über die Geschichte und die Arbeitsweise des Instituts berichtete. Zahlreiche Fragen der Teilnehmer zeugten von dem großen Interesse, welches diesen Ausführungen entgegengebracht wurde. An einem weiteren Abend zeigte Frau Grattan-Guinness Lichtbilder einer Sizilien-Reise. Herr Bockstaele führte einen selbstgedrehten Film über vergangene Oberwolfach-Tagungen zur Mathematikgeschichte vor.

Die nächste Tagung findet im Dezember 1985 statt.

Die folgenden Vortragsauszüge sind in der zeitlichen Reihenfolge der Vorträge angeordnet.

G. Hirsch: *"Scientific Revolutions" und Geschichte der Mathematik.*

Während die von T. S. Kuhn beschriebenen wissenschaftlichen Revolutionen zur Folge haben, daß einzelne Teile einer Wissenschaft verworfen werden, wird die Gültigkeit der mathematischen Theorien durch "Krisen" nicht gefährdet. In der Mathematik entstehen Krisen nicht, weil gewisse Erscheinungen sich als mit den Theorien unverträglich erweisen, sondern weil die Mathematiker Fragen, die sie für wichtig halten, nicht nur nicht beantworten können, sondern auch keinen Weg sehen, wie man überhaupt entscheiden könnte. Diese Thesen wurden an zahlreichen Beispielen erläutert, u.a. an der nichteuklidischen Geometrie bei Gauß. In anderen Wissenschaften führen Krisen öfters zu wesentlichen Fortschritten, weil man Widersprüche aufheben muß. Die Mathematiker dagegen sind nach Ansicht des Referenten für die Lenkung ihrer Wissenschaft selbst verantwortlich. Daraus ergibt sich die Bedeutung der Kenntnis der Geschichte der Mathematik für den rezenten Forscher.

I. Schneider: *Die Krise der Wahrscheinlichkeitsrechnung im 19. Jahrhundert.*

In den meist von Todhunter beeinflußten Darstellungen zur Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung erscheint Laplace als die dominierende, Inhalt, Gegenstand und Methoden des Faches für das 19. Jahrhundert bestimmende Persönlichkeit. Es wurde gezeigt, daß der von Laplace vertretene Anwendungsimperialismus der Mathematik und besonders der Wahrscheinlichkeitsrechnung nach den Versuchen von Poisson, ihn neu zu beleben, einer heftigen internen Kritik ausgesetzt war. Diese Kritik, die sich vor allem gegen die von Laplace gemachten Allaussagen wandte, wurde von Cauchy mitausgelöst und mitgetragen. Sie hatte eine Krise zur Folge, die sich in einer wenigstens dreißigjährigen Stagnation in der monographischen Literatur zur Wahrscheinlichkeitsrechnung äußerte. Als einziger aktiv betriebener Forschungszweig trug die Fehlerrechnung wesentlich zum Überleben des Faches bei.

E. KNOBLOCH: *Zur Begründungsproblematik der Fehlertheorie.*

Vor und insbesondere nach dem Erscheinen der verschiedenen Begründungen von Gauß zur Methode der kleinsten Fehlerquadratsummen kam es zu zahlreichen Kontroversen über eine möglichst zweckmäßige und hypothesenarme Begründung der Fehlertheorie. Es ging vor allem um die folgenden vier Problemkreise:

1. das "Axiom" vom arithmetischen Mittel (u.a. Daniel Bernoulli, Gauß, Chauvenet, Glaisher, Reuschle, Edgeworth, Hauber, Schiaparelli, Pizzetti, de Morgan);
2. die Hypothesen über die Entstehung der Beobachtungsfehler (u.a. Hagen, Bessel, Crofton, Pizzetti);
3. die Ableitung des Fehlergesetzes; und
4. die Begründung der Methode der kleinsten Fehlerquadratsummen (u.a. Legendre, Gauß, Laplace, Bienaymé).

Es wurden die wichtigsten Positionen im Rahmen dieser Grundlagenauseinandersetzung aufgezeigt und die vorgeschlagenen Lösungsversuche gegeneinander abgewogen.

W. PURKERT: *Die Rolle der phänomenologischen Theorie der stochastischen Prozesse für die Axiomatisierung der Wahrscheinlichkeitstheorie.*

Die Wahrscheinlichkeitstheorie (WT) befand sich Ende des vorigen Jahrhunderts in einem merkwürdigen Widerspruch. Einerseits stellte sie ein bereits beachtliches theoretisches Gebäude mit vielseitigen Anwendungen dar, andererseits war die Unsicherheit ihrer Fundamente offenkundig. Hilbert stellte deshalb in seinem 6. Problem die Aufgabe, die WT zu axiomatisieren.

Ab 1900 entwickelte sich, von ökonomischen und physikalischen Problemen ausgehend, die Theorie der stochastischen Prozesse mit stetiger Zeit (Bachelier, Einstein, Wiener u.a.). Ebenfalls seit 1900 gab es eine Reihe von Versuchen, die WT zu axiomatisieren (Bohlmann, v. Mises, Lomnicki u.a.). Es wurde die Meinung vertreten, daß keiner Axiomatisierung der WT ein durchschlagender Erfolg beschieden sein konnte, der es nicht gelang, die stochastischen Prozesse in das axiomatische Gebäude einzuordnen. Das leistete Kolmogorow 1933 mit seiner allgemeinen Einführung von Maßen in Funktionenräumen (Hauptsatz von Kolmogorow).

H. L. L. BUSARD: *Some Early Adaptations of Euclid's* Elements *and the Use of Its Latin Translations.*

1983 publizierte der Referent "The First Latin Translation of Euclid's *Elements* Commonly Ascribed to Adelard of Bath" und "The Latin Translation of the Arabic Version of Euclid's *Elements* Commonly Ascribed to Gerard of Cremona." Die Benutzung dieser Texte in anderen Handschriften und auch die der

Version II des Adelard von Bath wurde diskutiert. Was die fols. 92r–112v des *MS Vat. Reg. lat. 1268* betrifft, welche eine Bearbeitung von Buch X der *Elemente* enthalten, so zeigt sich, daß hier die Erklärungen der Version II übernommen werden und daß manchmal die Beweise des Gerard und die des Hermann von Carinthia kombiniert sind. Es wurden ferner die *Handschriften Wien 5304, Paris BN lat. 7292*, der erste Teil von *Vat. Reg. lat. 1268* und *Bonn UB S 73,* die eine Bearbeitung von Euklids Elementen enthalten, diskutiert. Die Resultate sind u.a. folgende: (1) In den *MS Bonn* und *Vat.* sind Sätze am Ende der Bücher VII, VIII und IX eingeschoben. Das *MS Wien* enthält einen älteren Text. (2) Die Erklärungen sind der Version II des Adelard von Bath entlehnt. (3) Der Autor kannte mehr als eine Version II, möglicherweise einen Version-III-Text.

R. FRANCI: *The Cubic Equation in the Fourteenth Century.*

Die Historiker der Mathematik haben stets der "Entdeckung" der Auflösungsformeln für die algebraischen Gleichungen 3. und 4. Grades große Aufmerksamkeit gewidmet, während Untersuchungen zu möglichen früheren Beiträgen zu diesem Problem fast völlig fehlen. Die Sichtung zahlreicher algebraischer Abhandlungen des 14. und 15. Jahrhunderts führt zu dem Schluß, daß dieses Problem den mittelalterlichen italienischen Rechenmeistern stets gegenwärtig war, die außer falschen Resultaten auch wichtige Teillösungen fanden. Insbesondere findet sich in zwei Handschriften vom Ende des 14. Jahrhunderts (*Fond. Princ. II.V. 152; Conv. Sopp.G.7.II.37; NB Florenz*) eine Regel, um die Gleichung 3. Grades $x^3 + px^2 + q = 0$ zu lösen. Durch die Substitution $x = y - p/3$ bringen die unbekannten Autoren diese auf die Form $y^3 + p'y + q' = 0$. Letztere Gleichung lösen sie durch Probieren. Dieselbe Substitution verwendete Cardano in der *Ars Magna* (1545).

L. T. RIGATELLI: *Die mathematische Hoffnung in italienischen Handschriften des 15. Jahrhunderts.*

Das Problem der gerechten Teilung des Einsatzes bei vorzeitigem Abbruch eines Glücksspiels hat in der Entstehung der Wahrscheinlichkeitsrechnung eine große Rolle gespielt. Es wurden drei verschiedene Lösungen dieses Problems aus italienischen Handschriften des 15. Jahrhunderts vorgestellt. Die ersten beiden Lösungen (*MS L. VI. 45,* Gemeindebibliothek Siena) sind falsch. Die dritte Lösung (*MS Magl. Cl. XI., 120,* Staatsbibliothek Florenz; um 1400) ist noch falsch wegen eines Flüchtigkeitsfehlers des Verfassers (möglicherweise Antonio de Mazzinghi), der angegebene Gedankengang jedoch ist richtig. Die Lösung beruht auf der Auflösung einer algebraischen Gleichung.

S. B. ENGELSMAN: *Euler und Lagrange über die Grundlagen der Differentialgleichungen.*

Im 18. Jahrhundert wurde die Theorie der Differentialgleichungen (DGl) und ihrer Anwendungen stark entwickelt. Den Mathematikern genügte, um DGl studieren und anwenden zu können, eine programmatische Grundlegung ihrer Theorie, die Ziele festlegte, Methoden und erlaubte Operationen definierte. Als Preis dafür mußte man einige Paradoxien in Kauf nehmen. So mußte z.B. Euler, der den Begriff Integration als Synonym für das Lösen von DGl verwandte, zugestehen, daß DGl ab und zu nur mittels Differentiation gelöst werden können. Bereits in den 70-er Jahren des 18. Jh. gelang es Lagrange, die Eulerschen Paradoxien durch Neuformulierung der programmatischen Grundlagen der Theorie der DGl zu beheben. Ferner gelang es ihm, partielle DGl 1. Ordnung auf lineare und lineare Gleichungen auf Systeme gewöhnlicher DGl zurückzuführen. Der ansonsten völlig unbekannte Mathematiker P. Charpit hat 1784 diese von Lagrange entwickelten Methoden zu einer umfassenden Lösungsmethode für partielle DGl 1. Ordnung zusammengeführt. Es wurde anhand der Lagrangeschen Arbeiten und des vom Referenten vor einigen Jahren wiederentdeckten Manuskripts von Charpit deutlich gemacht, warum Lagrange nicht selbst den so einfachen Schluß gezogen hat. Der Grund liegt in einem von Lagrange lange als paradox empfundenen Sachverhalt in den Grundlagen seiner Theorie der DGl.

J. LÜTZEN: *J. Liouville's Differential Calculus of Arbitrary Order.*

In den Jahren 1832–1835 publizierte Liouville eine erste zusammenhängende Verallgemeinerung des Differentialkalküls auf Operatoren der Form d^c/dx^c, wo c eine beliebige komplexe Zahl sein kann. Er definierte für $f(x) = \Sigma_i A_i e^{m_i x}$ die Ableitung $d^c f(x)/dx^c$ als $\Sigma_i A_i m_i^c e^{m_i x}$ und zeigte, daß jede solche Ableitung nur bis auf ein Polynom bestimmt ist. Obwohl Liouville mit Cauchys Programm einer strengen Begründung der Analysis sympathisierte, hielt er sich bei der Entwicklung seines neuen Kalküls nicht an dessen Ideale. Anwendungen waren für Liouville wichtiger als Begründungsfragen. So konnte er mit seinem neuen Kalkül die elementare Kraft zwischen zwei infinitesimal kleinen leitenden Elementen finden, wenn die Kraft zwischen zwei parallelen Leitern für jeden Abstand bekannt ist. Es ist sehr wahrscheinlich, daß der Ausgangspunkt für Liouvilles neuen Kalkül die Beschäftigung mit der Elektrodynamik Ampères gewesen ist.

U. BOTTAZZINI: *Ulisse Dini und die Grundlagen der mathematischen Analysis.*

U. Dini war der erste italienische Mathematiker, der sich den Grundlagenproblemen der Analysis in "moderner" Weise (d.h. nach Dedekinds, Cantors, Weierstraß', Schwarz', . . . Behandlungsweise) stellte. Nach einer kurzen Übersicht über die ersten analytischen Arbeiten Dinis, vor allem zur Theorie der unendlichen Reihen, wurden im Vortrag einige Punkte seines einflußreichen Buches, *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali* (1878), behandelt. Insbesondere wurden Ausführungen zu Dinis Definition der punktiert unstetigen Funktionen und zur Anwendung von Hankels "Kondensationsprinzip der Singularitäten" durch Dini gemacht. Dini konnte mit Hankels Prinzip eine Reihe von "pathologischen" Funktionen herleiten. Er benutzte es in seinen streng durchgeführten Untersuchungen über die Begriffe Ableitung und Integral reeller Funktionen. Wie viele andere Mathematiker auch ist Dini durch die Anforderungen der Lehre auf Grundlagenfragen geführt worden.

P. L. BUTZER: *"Riemann's Example" of a Continuous Nondifferentiable Function in the Light of Two Letters by Christoffel of 1865.*

Nach Weierstraß (1872, publiziert 1895) haben Studenten von Riemann berichtet, Riemann habe 1861 die Funktion

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (\sin n^2x)/n^2 \tag{1}$$

als Beispiel für eine stetige, nicht differenzierbare Funktion angegeben. Referent ging erstens der Frage nach, welche Studenten Riemanns Weierstraß gemeint haben könnte, und machte den Versuch, eine Übersicht über Riemanns Studenten zu geben. Keiner dieser Studenten verband (1) mit Riemanns Namen. Zweitens wurden zwei Briefe von Christoffel vom April und Juni 1865 an F. Prym herangezogen, welcher zu dieser Zeit in Italien im Aufenthaltsort Riemanns lebte. Da die Briefe von (1) handeln, aber nicht von Resultaten Riemanns sprechen, stützt dies eine von K. Volkert aufgestellte These, die dahin geht, daß Riemann nie über (1) gesprochen hat. Drittens legen diese neuen Gesichtspunkte die Ansicht nahe, daß Weierstraß in seinem Vortrag von 1872 Riemann nicht erwähnt hat, sondern daß die entsprechende Bemerkung 1895 beim Druck der Gesammelten Werke hinzugefügt worden ist. (Mitautor: E. L. Stark).

K. VOLKERT: *Die Entdeckung der pathologischen Funktionen und der Verfall der Anschauung.*

Die Analysis des frühen 19. Jahrhunderts ist gekennzeichnet durch das Nebeneinander von formalen und heuristischen—insbesondere anschaulichen Verfahren. Die einsetzende Arithmetisierung bringt eine zunehmend schärfere Trennung dieser Ebenen mit sich, die in der Entdeckung der nirgends differenzierbaren stetigen Funktionen durch Weierstraß in Jahre 1872 kulminiert. Die Kongruenz von formaler und informaler Ebene war damit zerstört. Es wurden die Versuche dargestellt, zu beweisen, daß stetige Funktionen f.ü. differenzierbar sind (Ampère, Gilbert noch 1872!). Dann wurde ein Abriß der Entdeckungsgeschichte der pathologischen Funktionen gegeben (Euler, Dirichlet, Riemann, Hankel, Weierstraß und Darboux). Die Frage nach dem Wert der Anschauung für die Mathematik mußte im letzten Viertel des vorigen Jahrhunderts neu gestellt werden. Auf einige zeitgenössische Beiträge zu dieser Diskussion (F. Klein, A. Köpke) wurde eingegangen.

S. S. DEMIDOV: *Sur l'histoire du 19^e problème d'Hilbert.*

"Sind die Lösungen regulärer Variationsprobleme stets notwendig analytisch?" Diese Frage ist das 19. Hilbertsche Problem. Referent beschäftigte sich mit der Frage, welche Überlegungen Hilbert zur Formulierung einer so allgemeinen Hypothese geführt haben können. Zunächst existierten Resultate über die Analytizität der Lösungen bei Klassen spezieller Gleichungen ähnlichen Typs (E. Picard, H. Poincaré u.a.). Außerdem gab es bei Hilbert Überlegungen metaphysischen Charakters, die an Leibniz' These "Die Natur macht keine Sprünge" anklingen. Die Theorie der reellen Funktionen spielt in Hilberts Vortrag keine Rolle; er sah in ihr offenbar keine der zukünftigen Hauptrichtungen der Entwicklung der Mathematik. Funktionen mit geringer Glattheit interessierten Hilbert nur insoweit, als sie Lösungen von Problemen der Mathematischen Physik darstellten. Die Entwicklung der modernen Analysis, in der zeitweilig die Theorie der reellen Funktionen dominierte, bestätigte die Richtigkeit der Anschauungen Hilberts bezüglich der herausragenden Bedeutung der analytischen Funktionen.

J. CASSINET: *Définitions des ensembles infinis et axiome du choix: De Peirce, Dedekind à Bettazzi, Russell, Zermelo (1885–1912).*

Durch die Entstehung der Mengenlehre war das Problem aufgeworfen, explizite Definitionen der unendlichen (bzw. endlichen) Mengen anzugeben. Cantor z.B. betrachtete eine Menge als unendlich, wenn sie "nicht induktiv" ist, d.h. wenn sie durch Sukzession nicht ausschöpfbar ist. Durch Dedekinds *Was sind und was sollen die Zahlen* (1888) wurde eine Periode der Diskussionen über die Definitionen des Unendlichen (bzw. Endlichen) eingeleitet. Aber schon 1885 hatte der amerikanische Logiker Peirce eine Endlichkeitsdefinition angegeben, deren Alternative äquivalent zu Dedekinds Definition einer unendlichen Menge als einer "reflexiven" Menge ist. M ist "reflexiv," wenn M gleichmächtig einer ihrer echten Teilmengen ist. "M reflexiv" impliziert "M nicht induktiv," für die Umkehrung benötigt man jedoch das Auswahlaxion für abzählbare Mengen. Der wenig bekannte italienische Mathematiker R. Bettazzi hatte dies 1896 schon richtig erkannt und analysiert, während sich Burali-Forti in diesem Punkt irrte. Erst B. Russell (1906, 1912) und E. Zermelo (1909) haben die Situation völlig geklärt. Beide erwähnen Bettazzi nicht.

I. GRATTAN-GUINNESS: *On Bertrand Russell's Logical Manuscripts.*

1967 verkaufte Russell zahlreiche Papiere an die McMaster University in Hamilton, Ontario (Kanada). Nach seinem Tode wurde der Rest der Manuskripte erworben. Das gut ausgestattete Russell-Archiv in Hamilton plant nun eine Edition, *The Collected Papers of Bertrand Russell*, welche 28 Bände umfassen soll. Sie gelangt in den Jahren 1983–2000 zur Ausführung. Es werden alle seine publizierten Arbeiten, Essays, Buchbesprechungen, Deklarationen sowie eine Auswahl der nachgelassenen Manuskripte abgedruckt, jedoch keine Briefe und Bücher. Die Manuskripte zur Logik werden zusammen mit seinen Publikationen über Logik in die Bände II–VI eingehen, welche ferner die philosophischen Schriften aus der logisch-mathematischen Periode Russells (1895–1913) enthalten werden. Der Vortrag gab einen Überblick über einige der wichtigsten Manuskripte aus dieser Zeit. Diese enthalten aufgegebene Versuche zu einem Buch über die *Prinzipien der Mathematik.* Der letzte dieser Versuche weist interessante Ähnlichkeiten mit dem 1903 publizierten Werk gleichen Titels auf, aber auch bemerkenswerte Unterschiede. Nachdem *The Principles of Mathematics* erschienen war, versuchte Russell verschiedene Systeme, von denen das interessanteste die sogenannte "substitutional theory" war. Referent erläuterte den Inhalt dieses Systems, welches Russell 1906 z.T. aus philosophischen Gründen zugunsten anderer Zugänge wieder fallen ließ.

H. BREGER: *Paul Finslers (1894–1970) Lösungsversuch der Grundlagenprobleme.*

Der durch seine Arbeiten zur Differentialgeometrie und Zahlentheorie bekannt gewordene P. Finsler hat 1926 eine Axiomatik der Mengenlehre vorgelegt, die unter Vermeidung der Antinomien möglichst weitgehend an der Cantorschen Mengenlehre festhalten sollte. Entscheidend ist dabei die bewußt zirkelhafte Definition des Begriffs "zirkelfrei"; die Mathematik wird dann auf das System der zirkelfreien Mengen fundiert. Finslers Mengenlehre wurde vorgestellt, und seine diesbezüglichen Kontroversen vor allem mit Baer, aber auch mit Skolem, Fraenkel, Bernays und Lorenzen wurden erörtert. Mit dem Festhalten an einer absoluten Logik und am Platonismus sowie dem unbefangenen Gebrauch inhaltlicher Überlegungen gehören Finslers Arbeiten zur Grundlagendebatte wesentlich zum mathematischen Denkstil des 19. Jahrhunderts; Finsler strebte ausdrücklich die "Verteidigung und Rettung der klassischen Mathematik" (Finsler) an. Abschließend wurde Finslers Kritik an den Resultaten Cohens referiert.

In der Diskussion zum Vortrag von Herrn Breger erzählte Herr van der Waerden folgende hübsche Anekdote: Finsler und ich waren gute Freunde. Ich wußte, daß ihn die Arbeit von Baer außerordentlich erregt und auch geärgert hatte. Eines Tages fragte er mich: "Was meinen Sie, wer von uns beiden hat recht, Baer oder ich?" Ich wollte mir seine Freundschaft gern erhalten, deshalb antwortete ich: "Wenn man eine Ontologie der mathematischen Gegenstände im Sinne Platons anerkennt, dann haben Sie recht; wenn man aber annimmt, daß die Gegenstände der Mathematik etwas von Menschen Erdachtes sind, dann hat Baer recht." Damit war Finsler zufrieden.

C. THIEL: *Die Kontroverse um die intuitionistische Logik vor ihrer Axiomatisierung durch Heyting 1930.*

Die von Kronecker um 1880 und von Poincaré und der französischen funktionentheoretischen Schule um 1900 vorgebrachte Kritik an nichteffektiven Definitions- und Beweismethoden wurde 1907 durch Brouwer um eine Kritik an der klassischen Logik erweitert. Er verwarf insbesondere die Sätze vom ausgeschlossenen Dritten und von der doppelten Verneinung, gab jedoch keine positive Charakterisierung der von ihm geforderten "intuitionistischen" Gültigkeit. Diese Lücke führte nicht nur zu verschiedenen Deutungen der Brouwerschen Logik, sondern um 1925 auch zu einer heftigen Kontroverse um ihre Berechtigung überhaupt. Diese von Unklarheiten und Mißverständnissen über Ableitbarkeit, formale Wahrheit und mehrwertige Logiksysteme belastete Debatte wurde erst 1930 durch Heytings Kalkülisierung der intuitionistischen Logik sachlich entschieden und dauerte faktisch sogar bis über die Mitte der 30-er Jahre hinaus an.

Sie war Ausgangspunkt der heute vorherrschenden beweistheoretischen Untersuchungen zur intuitionistischen Logik.

C.-O. SELENIUS: *Die halbregelmäßigen Kettenbrüche in historischer Beleuchtung.*

Die Entstehung und Weiterentwicklung der Theorie der halbregelmäßigen Kettenbrüche (HRK) reeller Zahlen führte zu einem eigenständigen schönen Gebiet mit Anwendungen auf die indefiniten binären quadratischen Formen, die Bhāskara-Pell-Gleichung, die Zahlengeometrie u.a. Sei α (reell) = $[b_0, b_1, \ldots]$ die reguläre Entwicklung von α. Alle Teilzähler sind dann $+1$. In einer HRK-Entwicklung gilt für $n \geq 1$: (1) $|a_n| = 1$, (2) $b_n \geq 1$, $b_n + a_{n+1} \geq 1$. Spezielle Ergebnisse über HRK-Entwicklungen quadratischer Irrationalitäten rühren von Euler u.a. her. Viel früher wurde die Idee der Halbregelmäßigkeit in der altindischen Mathematik antizipiert (Bhāskara, Jajadeva). Die allgemeine Theorie, geschaffen von Tietze 1911, Blumer 1937, Pipping 1947 und Selenius 1959 stützt sich auf Beiträge des 19. Jahrhunderts: Möbius 1830 (mit Anwendungen auf die Optik), Stern 1830, Minnigerode 1873, Hurwitz 1887 und Minkowski 1901 (Diagonalkettenbrüche). In den letzten 25 Jahren sind keine Neuentdeckungen hinzugekommen.

H. J. M. BOS: *Poncelet's Closure Theorem.*

Wenn zwei Kegelschnitte **C** und **D** ein "dazwischenbeschriebenes" n-Eck zulassen, d.h. ein n-Eck, welches **C** einbeschrieben und **D** umbeschrieben ist, dann gibt es für jeden Punkt P auf **C** ein dazwischenbeschriebenes n-Eck von **C** und **D**, welches P als eine seiner Ecken hat. Das ist der Ponceletsche Schließungssatz, veröffentlicht 1822 in Poncelets *Traité des propriétés projectives des figures*. Jacobi bewies den Satz 1828 mittels elliptischer Integrale. Seitdem haben viele Mathematiker Poncelets Satz studiert, verschiedene Beweise angegeben und verwandte Fragen untersucht. 1976 gab Griffiths einen sehr direkten Beweis an, indem er die Struktur elliptischer Kurven heranzog. Es wurden die Beweise von Griffiths, Jacobi und Poncelet skizziert. Das Studium des Originalbeweises von Poncelet durch F. Oort und den Referenten zeitigte das unerwartete Resultat, daß dieser Beweis für die moderne algebraische Geometrie von erheblichem Interesse ist. Referent knüpfte daran interessante methodologische Bemerkungen, insbesondere zum Verhältnis von Mathematikgeschichte und rezenter mathematischer Forschung.

J. SESIANO: *Zahlenbereichserweiterungen im Mittelalter: Aufgaben mit negativen Lösungen.*

Das Rechnen mit abzuziehenden Größen erscheint mit dem ersten Aufschwung der Algebra bei Diophant (ca. 250 u.Z.). In Indien und China ist eine Arithmetik der negativen Zahlen gebräuchlich; negative Lösungen von Aufgaben werden jedoch noch nicht akzeptiert. Erst bei Leonardo (Fibonacci) von Pisa (ca. 1220) wird in einigen Fällen eine negative Lösung zugelassen, und zwar dann, wenn ihr ein "positiver" Sinn zugeschrieben werden kann. In einer provenzalischen Arithmetik (um 1430) wird erstmals einem Teilhaber ein negatives Gut zuerkannt. Gegen Ende des 15. Jahrhunderts (Chuquet, Pacioli) treten negative Zahlen sowohl bei abstrakten wie bei konkreten Aufgaben auf. Die Schwierigkeiten, die mit dem Erscheinen negativer Zahlen als Lösungen konkreter Aufgaben verbunden waren, dauerten aber an und wurden erst durch die formale Erweiterung des Zahlenbereichs im 19. Jahrhundert endgültig überwunden.

D. H. FOWLER: *Evidence and Interpretation in Early Greek Mathematics.*

Es wurden die ersten Schritte eines Versuchs beschrieben, eine Rekonstruktion der frühen griechischen Mathematik bis etwa 350 v.u. Z. auf das Zeugnis von Plato, insbesondere auf seinen Mathematiklehrplan im *Staat,* VII, zu gründen, sowie des Theaitetos Klassifikation der inkommensurablen Strecken (*Elemente* X und XIII) als einen integralen Bestandteil mit einzubeziehen. Um dies zu tun, muß die "allgemeingültige" Interpretation, welche auf den Berichten späterer Kommentatoren, angefangen bei Alexander von Aphrodisias, fußt, fallengelassen werden. Besonders zu beachten ist, daß die frühe griechische Mathematik einen vollkommen nicht-arithmetisierten Charakter hat, d.h. es gibt keinerlei Versuche, die Arithmetik von Modellen dessen, was wir heute die "Zahlengerade" nennen, zu beschreiben oder zu untersuchen. Die Interpretation wurde in Fortsetzung von Platos *Menon* 81e–85b in einem Dialog mit dem Titel "Sokrates trifft erneut den Sklavenjungen" gegeben. Sie diskutieren dort eine Definition des Verhältnisses, die auf Wechselwegnahme beruht.

A. SZABÓ: *Die sogenannte Grundlagenkrise in der griechischen Mathematik.*

Referent skizzierte zunächst den Gedankengang von Hasse und Scholz in *Die Grundlagenkrisis in der griechischen Mathematik* (1928) und nannte die Bedenken und Einwände gegen diese Auffassung, die seitdem geäußert wurden. Er vertrat die Meinung, daß die für die griechische Mathematik wichtige Entdeckung des Irrationalen am Quadrat, und zwar anläßlich des Problems der Quadratverdopplung erfolgt sei. Zur Begründung analysierte er die verschiedenen Termini für die Irrationalität (asymmetron, arrḥeton, alogon) und ihre Benutzung vor Euklid und im Buch X der *Elemente.* Ferner interpretierte er eine wichtige Platon-Stelle in der Epinomis über die Geometrie als das "Ähnlichmachen von der Natur nach nicht ähnlichen Zahlen" und verglich sie mit einer Erklärung des Aristoteles über die "Quadrierung" (= tetragonismos). "Tetragonismos" und der mathematische Begriff "dynamis" wurden erläutert und 3 Beispiele für den mathematischen Gebrauch des "dynasthai" angegeben.

E. M. BRUINS: *Paradoxon und Antinomie.*

Referent betonte den scharfen Unterschied zwischen einem Paradoxon und einer Antinomie. Ein Paradoxon ist eine Einladung zum Auffinden eines Fehlers in einer "Beweisführung." Somit waren Zenons eleatische Paradoxien für Zenon und die Mathematiker nie ein ernstes Problem und können auch keine Krise ausgelöst haben, zumal Anaxagoras bereits die "überall dichte Menge" angegeben hat und man zur Lösung nur eine "bekannte geometrische Reihe" braucht. Die Paradoxie des Epimenides deutet die "Unentscheidbarkeit" an; die Frage ist nur zu beantworten, falls man "mehr hat," z.B. einen Nicht-Kretenser. Da in der griechischen Mathematik nur Paradoxien, keine Antinomien auftreten, kann es auch keine Grundlagenkrise gegeben haben. Referent hob hervor, wie wichtig es ist, auf die originalen Texte zurückzugehen und die Vermischung von modernen Deutungen mit klassischen Texten zu vermeiden.

A. G. MOLLAND: *Rectification Revisited.*

Das Problem der Rektifikation, nämlich "das Gekrümmte gerade zu machen," mag keine ernste mathematische Krise dargestellt haben, aber es lieferte doch den Anlaß für eine antiaristotelische Polemik bei solchen Autoren wie Giambattista Benedetti, Luca Valerio und Galileo Galilei. Dieses Problem steht auch in Beziehung zu den Grundlagen der Geometrie, und zwar sowohl im Hinblick auf die Frage nach der Existenz gerader Linien, die gegebenen Kurven der Länge nach gleich sind, als auch im Hinblick auf deren Konstruierbarkeit. Archimedes löste die erste Frage axiomatisch, aber es blieb noch das Problem der nichtarchimedischen Größen. Die zweite Frage ist eng mit dem Problem verbunden, was als akzeptables Verfahren der Konstruktion in der Geometrie und des analytischen Ausdrucks von Kurven angesehen wurde.

V. KIRSANOV: *Unknown Annotated Copy of the First Edition of Newton's* Principia.

Man nahm bisher an, daß in Rußland keine Exemplare der ersten Ausgabe der *Principia* (1687) existierten. Referent entdeckte im vorigen Jahr ein solches Exemplar in der Bibliothek der Moskauer Universität. Nachforschungen in verschiedenen Archiven ergaben, daß dieses Exemplar anfangs der Bibliothek der Petersburger Akademie gehörte (Peter I. hat es 1718 angekauft) und daß es 1814 nach dem Brand Moskaus der Moskauer Universität geschenkt wurde. Dieses Exemplar enthält auf über 120 Seiten Randbemerkungen, die in ihrer Mehrzahl mit den Bemerkungen identisch sind, die Newton in den Jahren 1692–1696 bei der Vorbereitung der zweiten Auflage vorgenommen hat. Der Referent nannte eine Reihe von Gesichtspunkten, die es sehr wahrscheinlich machen, daß dies Exemplar dasjenige von David Gregory ist und daß er es war, der die meisten der Randbemerkungen nach Newtons Vorlage vornahm. Kenner der Handschrift D. Gregorys konnten diese Hypothese an Ort und Stelle bestätigen.

W. BREIDERT: *Mit dem unendlichen Gott gegen die Unendlichkeitsmathematik (Bemerkungen zur Analyst-Kontroverse).*

Ausgehend von Berkeleys frühen Aufzeichnungen (*Philosophical Commentaries*, 1707/1708) und seinen ersten Veröffentlichungen (*Arithmetica absque Algebra./Miscellanea Mathematica*, 1707) wurde der philosophische Hintergrund für seine Ablehnung unendlicher bzw. infinitesimaler Größen dargestellt und aufgezeigt, warum er aufgrund von theologischen (das Unendliche ist Gott vorbehalten) und erkenntnistheoretischen Überlegungen eine Approximationsmathematik zu etablieren versuchte: Er setzt die Unmittelbarkeit der sinnlichen Wahrnehmung gegen die bloße Mittelbarkeit der mathematischen (algebraischen) Zeichen. Aus dem *Analyst* wurde Berkeleys Argument von der Fehlerkompensation analysiert, um zu zeigen, daß es auf dem Stand seiner Zeit eine Schwäche der Infinitesimalmathematik traf. Die Wirkung des *Analyst* wird wohl gelegentlich überschätzt; in Deutschland war Berkeley im 18. Jahrhundert kaum bekannt. Es folgten einige Bemerkungen über die allgemeine Problematik der verzögerten Grundlegung.

Critical Editions and History of Mathematics

By Enrico Giusti

Firenze, Italy

A conference on "Critical Editions and History of Mathematics" took place in Trento from 2 to 6 September 1985 under the auspices of the CIRM (International Center for Mathematical Research) and the direction of E. Giusti (Firenze) and L. Pepe (Ferrara). The conference afforded scholars involved in the editing of mathematical texts an opportunity to compare methods and experiences.

The following lectures were delivered:

G. Arrighi (Lucca): Manoscritti matematici medievali: Scelte e modalità per l'edizione
A. Beaulieu (Gouvieux): La correspondance de Mersenne et ses problèmes mathématiques
J. Dhombres (Nantes): L'édition critique des Cours de l'Ecole Normale de l'an III
E. Giusti (Firenze): Pour une édition des Oeuvres de Bonaventura Cavalieri
H.-J. Hess (Hannover): Mathematische Editionen zwischen Historismus und Funktionalität
E. Knobloch (Berlin): L'édition critique des manuscrits mathématiques leibniziens
L. Pepe (Ferrara): Sur l'édition des Oeuvres de Lagrange
P. Radelet (Louvain-La-Neuve): L'édition des Oeuvres complètes des mathématiciens et des physiciens de la famille Bernoulli: Project et principes de l'édition
A. Robinet (Orchaise): Editions critiques: Mathématiques et philosophie
M. Torrini (Napoli): Carteggi dei Galileiani.